Метод
«Хорошего и плохого корня»

Теория

хороший корень – удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
плохой корень – не удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
например, уравнение должно иметь один корень на отрезке [a;b]

Уравнение имеет два корня

хороший корень – удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
плохой корень – не удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
например, уравнение должно иметь один корень на отрезке [a;b]
Рассмотрим, когда уравнение иметь x_1 *и* x_2

1 случай: x_1 **– хороший,** x_2 **– плохой;**

2 случай: x_1 **– плохой,** x_2 **– хороший;**

Совпадение

3 случай: x_1 и x_2 - **хорошие** и **совпадают**

Уравнение имеет три корня

хороший корень – удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
плохой корень – не удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
например, уравнение должно иметь один корень на отрезке [a;b]
Рассмотрим, когда уравнение иметь x_1 *и* x_2 *и* x_3

1 случай: x_1 **– хороший,** x_2 **– плохой,** x_3 **– плохой**

2 случай: x_1 **– плохой,** x_2 **– хороший,** x_3 **– плохой**

3 случай: x_1 **– плохой,** x_2 **– плохой ,** x_3 **– хороший**

Совпадение

4 случай: $x_1 = x_2$ - **хорошие** и **совпадают,** x_3 **– плохой**

5 случай: $x_1 = x_3$- **хорошие** и **совпадают,** x_2**– плохой**

6 случай: $x_2 = x_3$- **хорошие** и **совпадают,** x_1 **– хороший**

Задания

Из сборника Ященко 2026 вариант 33

1. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{log_{0,4}(6x^2-13x+5ax-6a^2-13a+6)}{\sqrt{2x-3a+4}}=0$$

имеет единственный корень

План решения:

I. Найти корни

II. Рассмотреть случаи:

1 случай: x_1 – хороший, x_2 – плохой;

2 случай: x_1 – плохой, x_2 – хороший;

Совпадение

3 случай: x_1 и x_2 - хорошие и совпадают

$$\begin{cases} log_{0,4}(6x^2-13x+5ax-6a^2-13a+6)=0 \\ 2x-3a+4>0 \end{cases}$$

$$6x^2-13x+5ax-6a^2-13a+6=1$$

$$6x^2-13x+5ax-6a^2-13a+6-1=0$$

$6x^2-(13-5\mathrm{a})\mathrm{x}+(5-6a^2-13\mathrm{a})=0$

$\mathrm{D}=(13-5\mathrm{a})^2-4\cdot6\cdot(5-6\mathrm{a}^2-13\mathrm{a})=$

$$169-130\mathrm{a}+25\mathrm{a}^2-120+144\mathrm{a}^2+312\mathrm{a}=$$

$$169\mathrm{a}^2+182\mathrm{a}+49=(13\mathrm{a}+7)^2$$

$x_1=\frac{13-5a+(13a+7)}{12}=\frac{13-5a+13a+7}{12}=\frac{20+8a}{12}=\frac{4(5+2a)}{12}=\frac{5+2a}{3}$

$x_2=\frac{13-5a-(13a+7)}{12}=\frac{13-5a-13a-7}{12}=\frac{6-18a}{12}=\frac{6(1-3a)}{12}=\frac{1-3a}{2}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{5+2a}{3} \\ x_2=\dfrac{1-3a}{2} \end{array}\right. \\ x>\dfrac{3a-4}{2} \end{cases}$$

x_1-хороший

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{5+2a}{3} \\ x>\dfrac{3a-4}{2} \end{cases}$$

x_2-хороший

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{1-3a}{2} \\ x > \dfrac{3a-4}{2} \end{cases}$$

x_1-хороший

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{5+2a}{3} \\ x > \dfrac{3a-4}{2} \end{cases}$$

$$\frac{5+2a}{3} > \frac{3a-4}{2}$$

$$10+4a>9a-12$$

$$-5a>-22$$

$$a<\frac{22}{5}$$

$$a<4,2$$

x_2-хороший

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{1-3a}{2} \\ x > \dfrac{3a-4}{2} \end{cases}$$

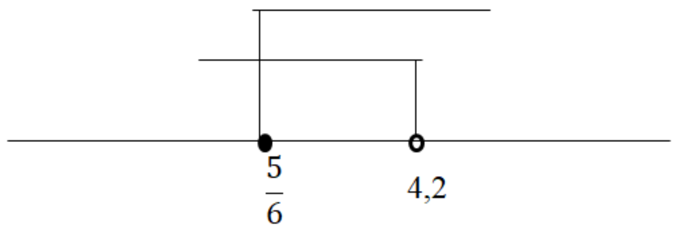
$$\frac{1-3a}{2} > \frac{3a-4}{2}$$

$$1-3a>3a-4$$

$$-6a>-5$$

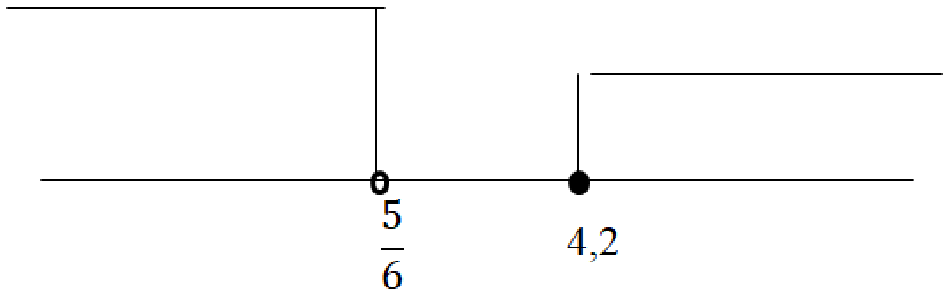
$$a<\frac{5}{6}$$

1 случай: x_1 – хороший, x_2 – плохой;



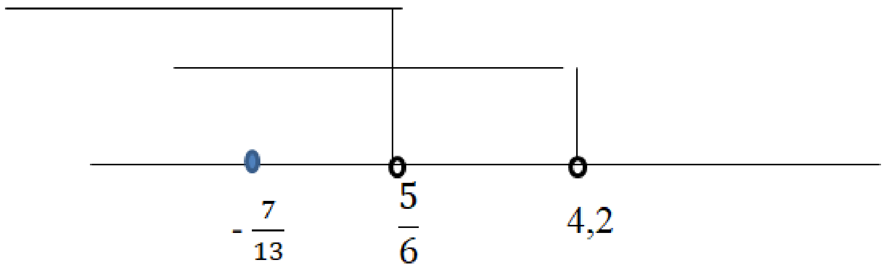
$$a \in [\frac{5}{6}; 4,2)$$

2 случай: x_1 – плохой, x_2 – хороший;



$\varnothing$

3 случай: x_1 и x_2 - хорошие и совпадают



$\frac{5+2a}{3}=\frac{1-3a}{2}$

10+4a=3-9a

13a=3-10

13a=-7

a= - $\frac{7}{13}$

a= - $\frac{7}{13}$

Ответ: $a \in \left\{-\frac{7}{13}\right\} \cup [\frac{5}{6}; 4{,}2)$

Задания для самостоятельного решения

1. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение имеет один корень на отрезке [0;1]

$$(3x-1)\cdot\ln(3x+a)=(3x-1)\cdot\ln(4x-a)$$

2. Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение

$$\frac{log_{0,4}(6x^2+16ax+7x+8a^2+2a-2)}{\sqrt{4-3a-2x}}=0$$

имеет единственный корень

Ответы:

1) $(-1;0]\cup\left\{\frac{1}{6}\right\}\cup\left(0{,}5;\frac{4}{3}\right)$
2) $(-\infty;-7]\cup\left[2;+\infty\right)\cup\left\{-\frac{11}{8}\right\}$