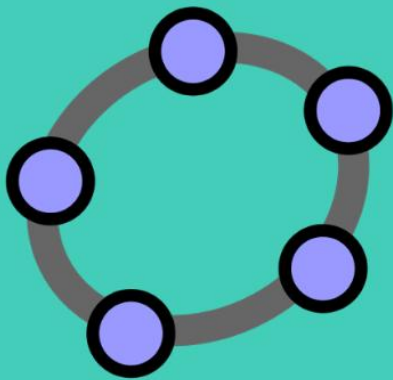




By Chibi Eze



**GeoGebra**  
Software Dinámico de Matemáticas

---

# MATH BOOK

Часть 2



# Здравствуйте!



Я, Новикова Елена Олеговна  
старший преподаватель кафедры  
общего образования ИРО ПК

Создала практические пособие по работе в среде  
GeoGebra используя функции перспективы – Graphing

## Оглавление

Работа в программе GeoGebra online .....	4
Создание апплета используя приложение – Graphing .....	6
Построение степенной функции .....	10
Построение графиков функций с модулем .....	11
Построение функции содержащий корень n-ой степени .....	12
Построение показательной функции .....	12
Построение логарифмической функции .....	13
Построение графиков уравнений с двумя переменными .....	13
Построение кусочно-заданной функции .....	14
Построение графиков параметрических функций .....	16

В этом сборнике рассмотрим возможности программы GeoGebra при построение графиков функций в частности графиков с параметрами.

## Работа в программе GeoGebra online

Откроем программу GeoGebra (geogebra.org ) рис 1.

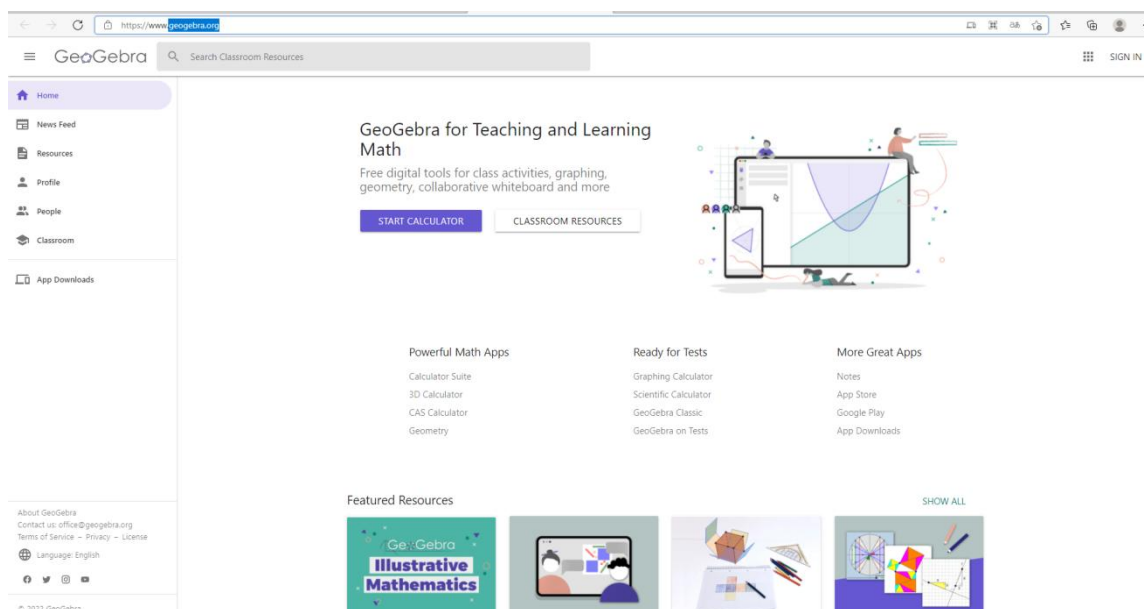


Рис.1 Главная страница программы GeoGebra

Войдем под своей учетной записью, можно использовать данные Google аккунта. Без этого действия в дальнейшем не сможем использовать весь набор функций программы, например не сможем создать online класс.

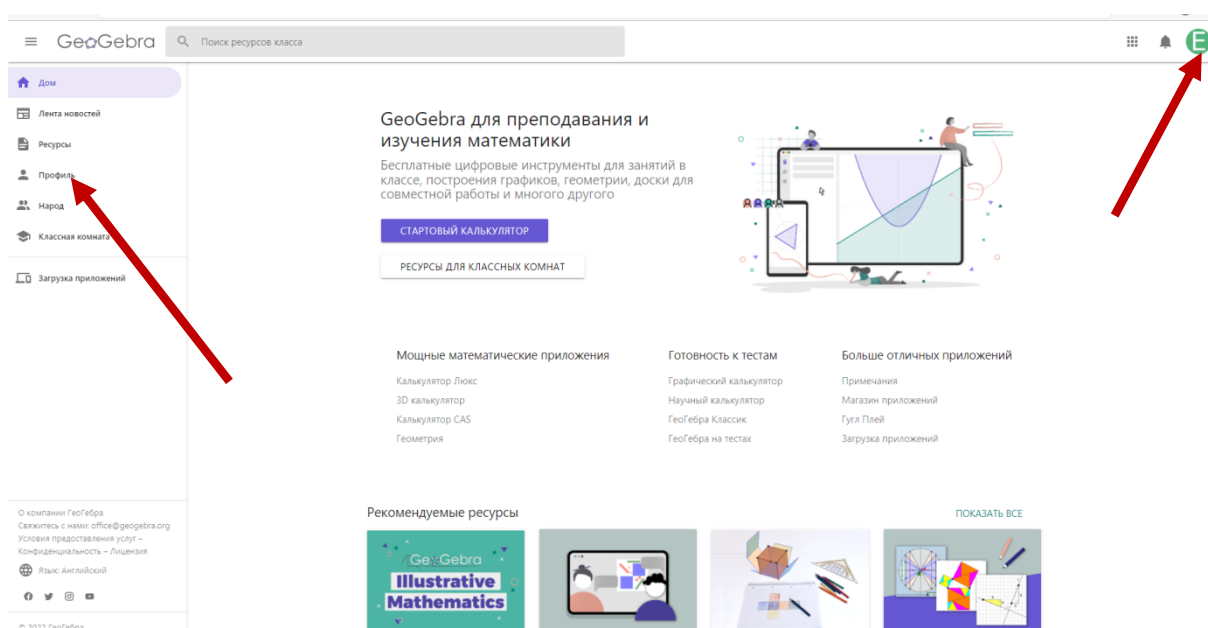


Рис. 2 Вход в GeoGebra под своей учетной записью

Заходим в «Профиль», создавать активности будем там. Так же можно создавать книги, папки (рис. 4). Выберем «+ СОЗДАТЬ» (рис. 3), «Активность» (рис. 4)

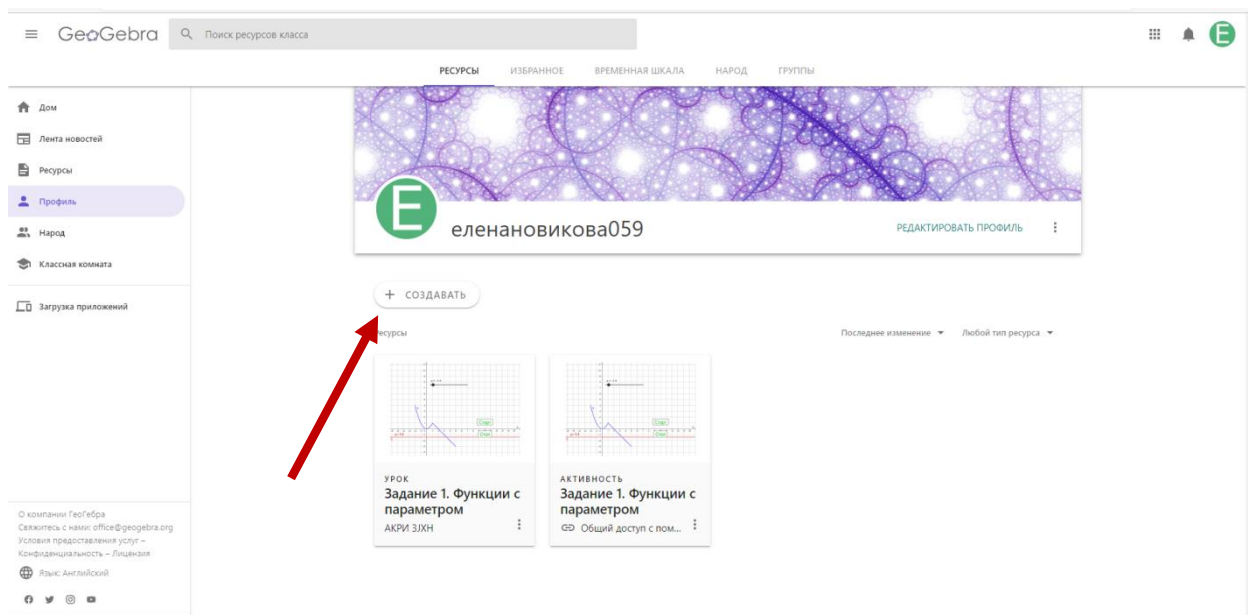


Рис. 3 Функция «СОЗДАТЬ» в среде GeoGebra

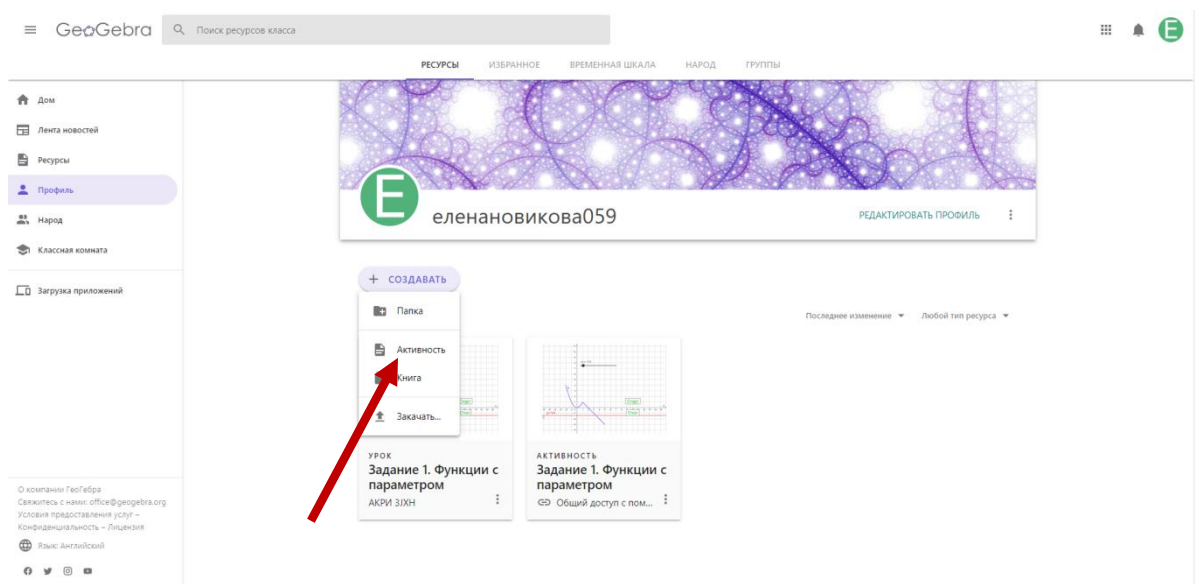


Рис. 4 Функция «создать Активность» в среде GeoGebra

GeoGebra предлагает создавать различные активности: текст, апплет GeoGebra, notes (записи), question(вопросы), видео, рисунки и др. (рис.5) Рассмотрим «Апплет GeoGebra» (рис.6).

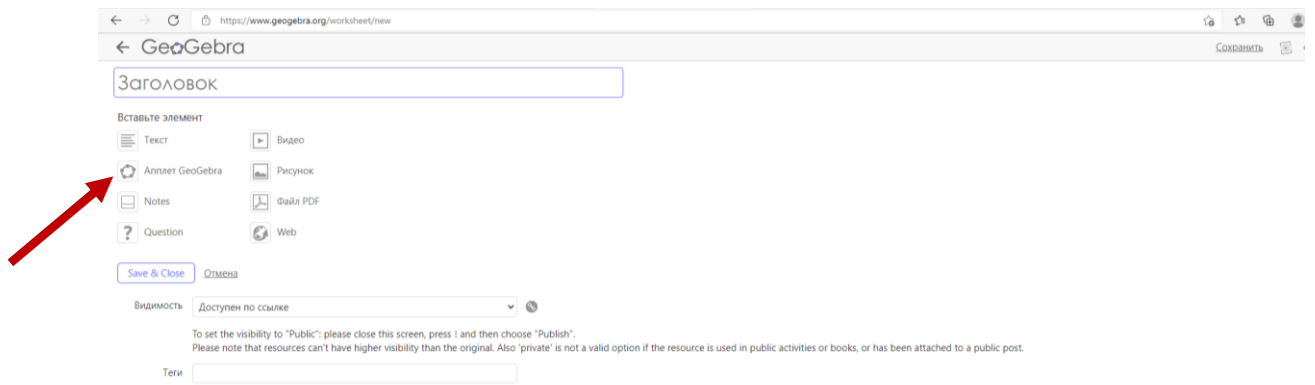


Рис.5 Виды активностей в среде GeoGebra

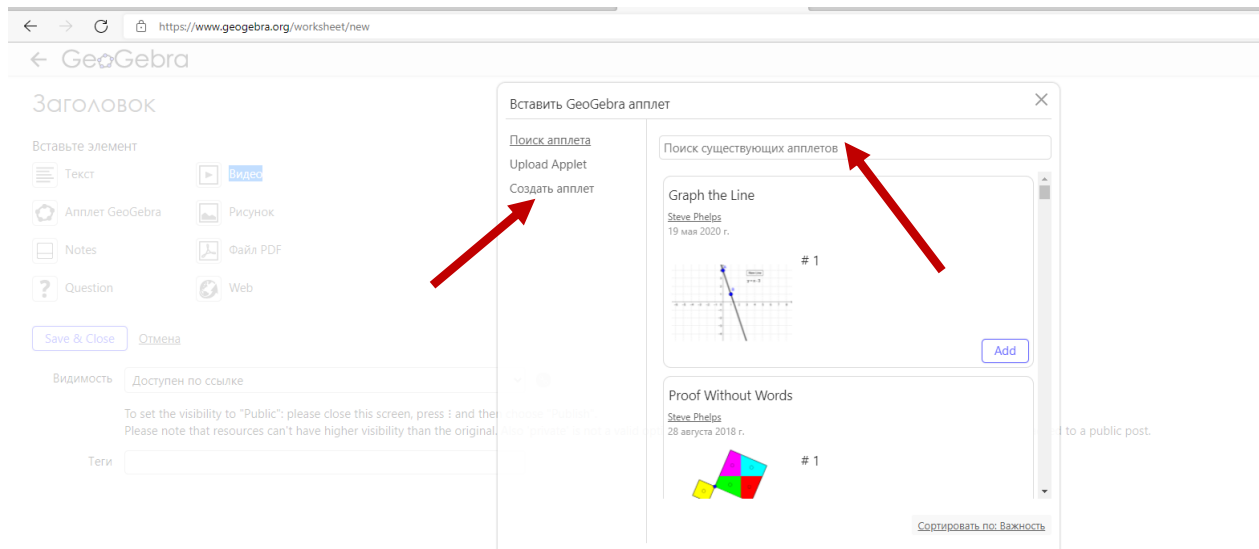


Рис.6 Виды активностей в среде GeoGebra

## 2. Создание апплета используя приложение – Graphing

Можно создавать новый апплет, а так же предоставляется возможность воспользоваться своими созданными ранее и другими пользователями GeoGebra.

Далее создадим новый апплет и выберем из предлагаемых перспектив (математических приложений GeoGebra) – Graphing (графики) (рис. 7).

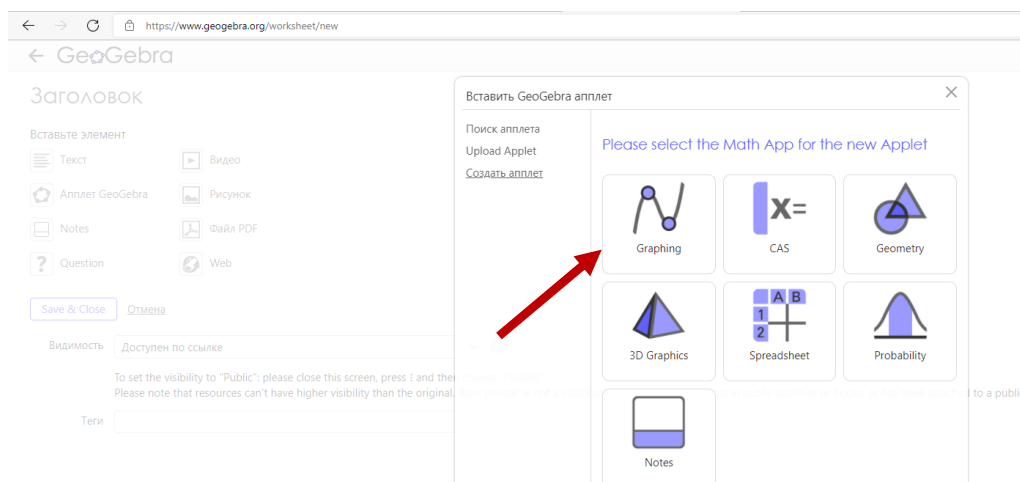


Рис.7 Выбор математического приложения для нового апплета

Появится панель объектов, и полотно где будем выполнять наше построение.

Рассмотрим свойства полотна.

Для начала зайти в общие настройки (рис. 8) и выберем нужные нам: язык, разряд округления и др.

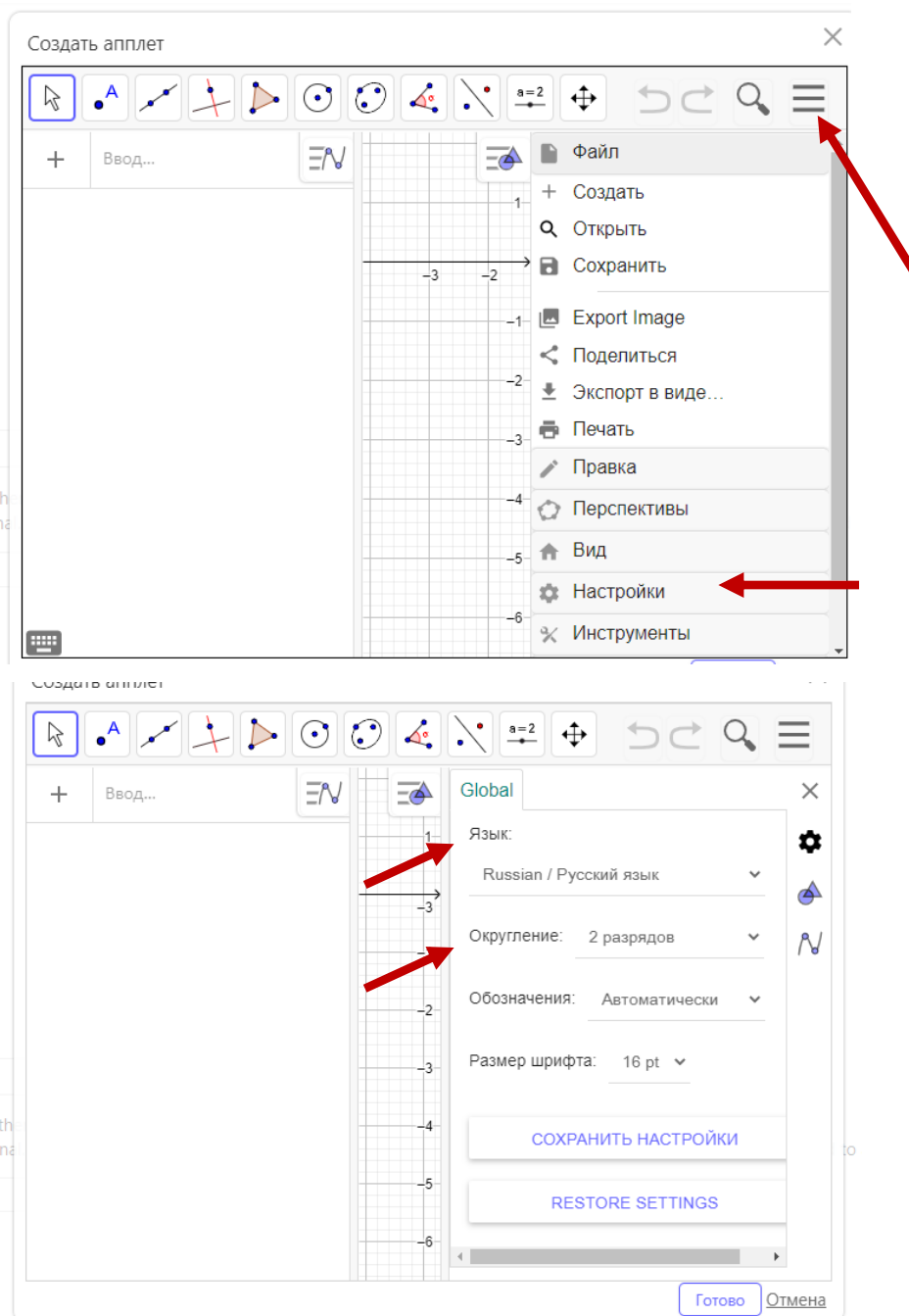


Рис.8 Общие настройки полотна в приложении Graphing среды GeoGebra

Далее рассмотрим настройки полотна.



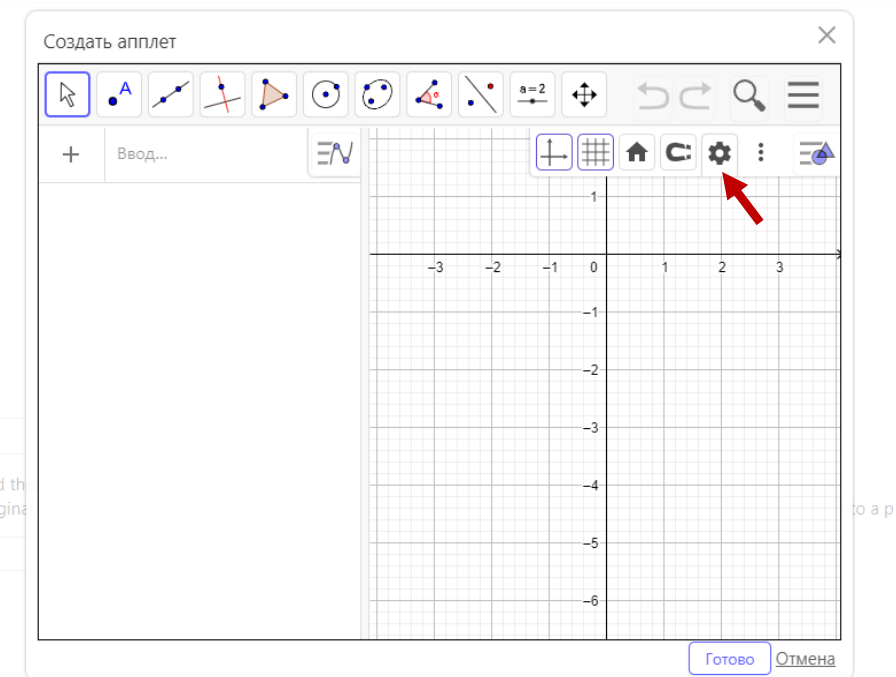
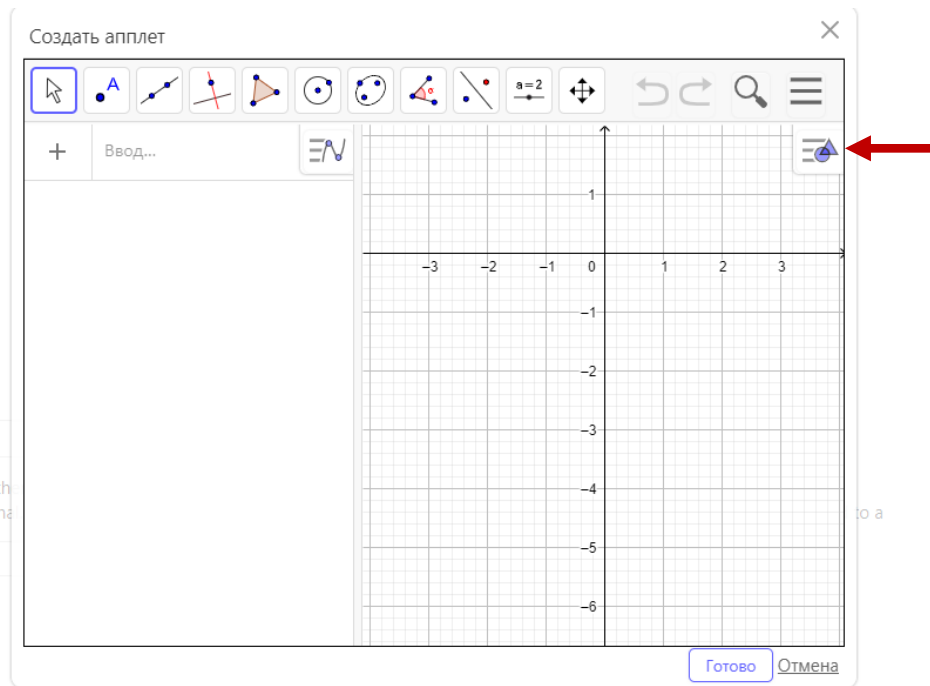


Рис. 9 Настройки полотна в приложение Graphing среды GeoGebra

Выберем все необходимые настройки для осей (ось абсцисс, ось ординат) (рис. 10). Зададим шаг – 1, обозначение –  $x$ , тоже самое сделаем с осью ординат.



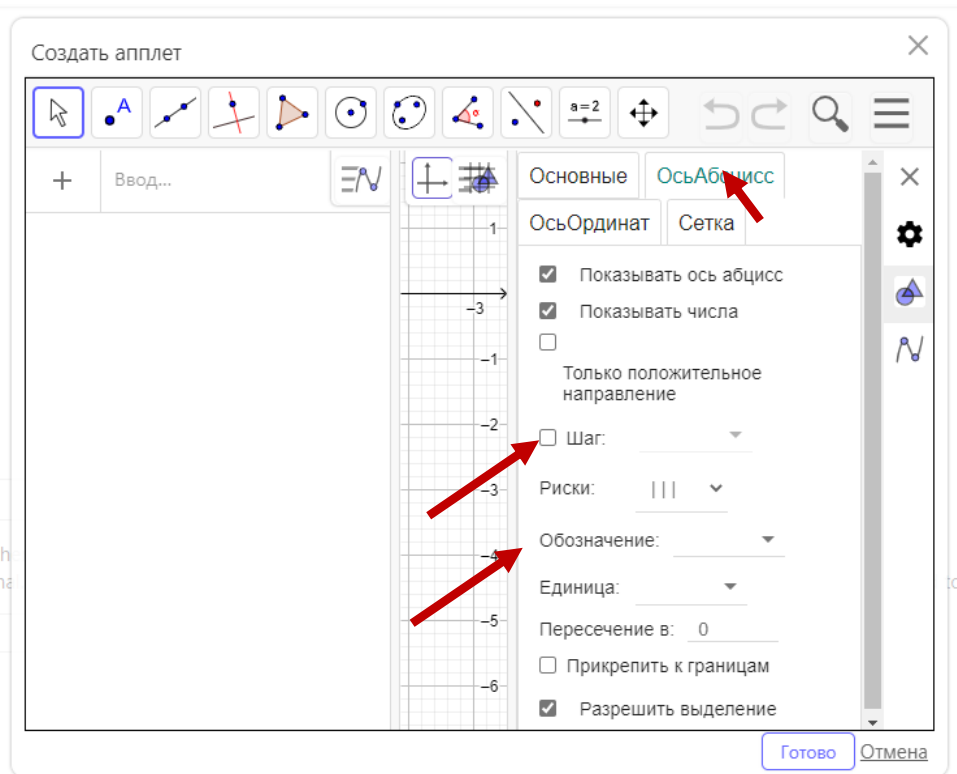


Рис. 10 Настройки «ОсьАбсцисс», «ОсьОрдинат»

Настройки полотна. Выберем основные настройки ОСИ ГОВОРИМ О  
 Далее разберем различные способы построения графиков. Вводить можно  
 уравнение через строку вводу (рис. 11).

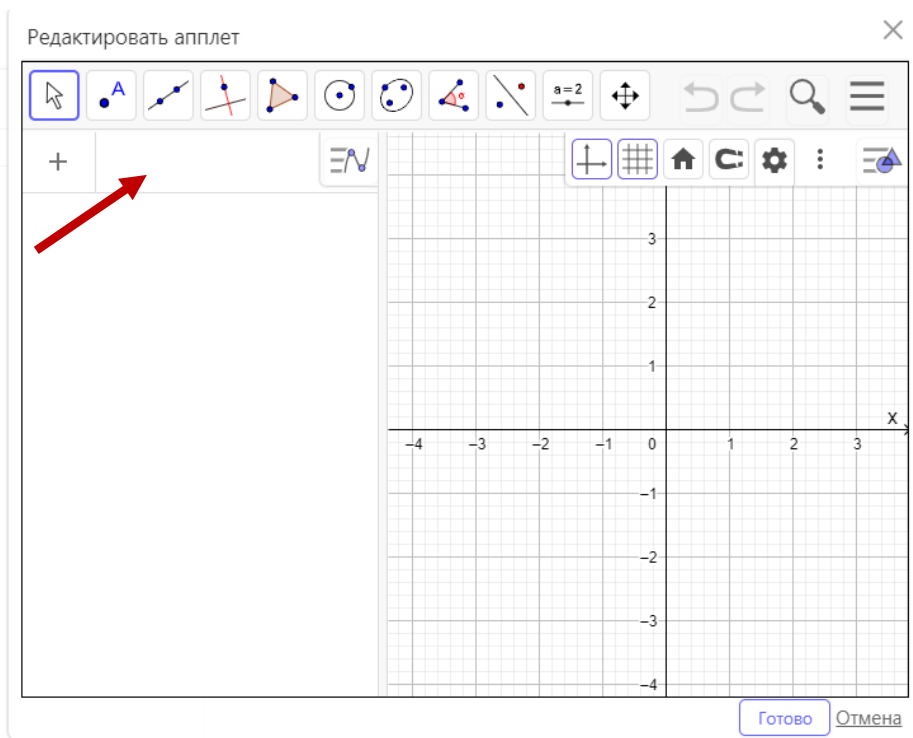


Рис. 11 Строка ввода

Аналитическую запись функции можно вводить двумя способами:

- используя установленные функции (разработанные создателями программы);
- вручную.

Рассмотрим способ через набор уравнения функции вручную.

Введем  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ . На полотне появляется график, нажимаем клавишу «enter» (рис.12)



Рис. 12 График функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ .

В строке ввода наберем выражение:  $2x - 3$ . На полотне построится график и по умолчанию программа задаст имя для аналитической записи функции.

Разберем построение графиков элементарных функций, которые проходят в школьной программе.

Нужно заметить, что способ построения линейных функций простой, в строке вводится уравнение и строится график – прямая.

### Построение степенной функции

При построении степенной функции, отметим некоторые нюансы. Ранее мы рассматривали функцию вида  $f(x) = 2x^2 - 3x^2$  и вводили степени с помощью символов «^»,  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ , рассмотрим ввод с помощью «виртуальной клавиатуры» (рис. 13). с помощью панели «степени»

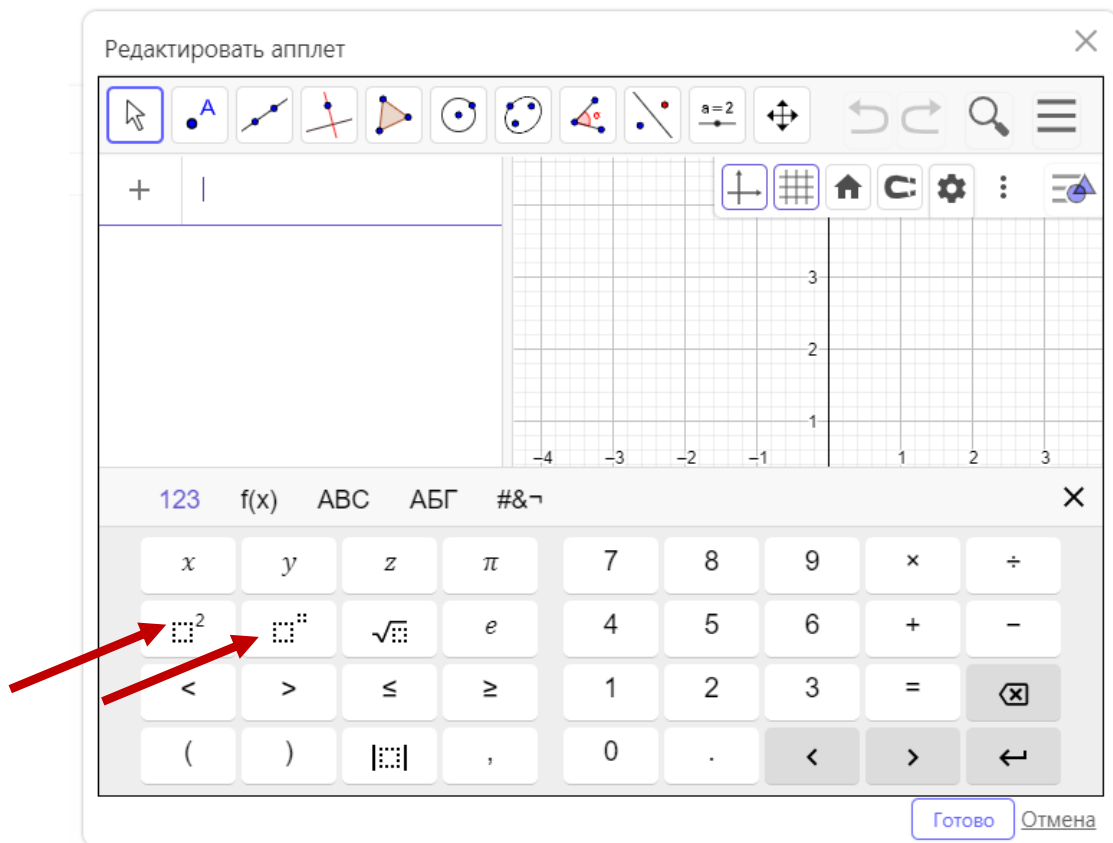
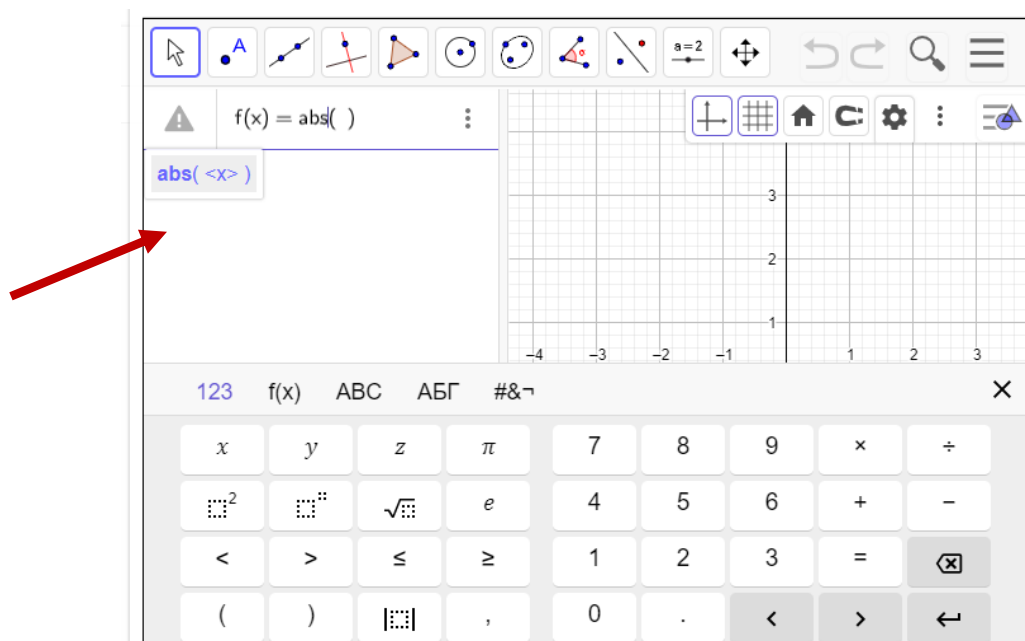


Рис. 13 Виртуальная клавиатура

### Построение графиков функций с модулем.

В строке ввод набираем `abs` (абсолютная величина), и смотрим выплывающую подсказку (рис. 14). Построим график функции вида  $f(x)=\text{abs}(x^2-7)-x$  (рис. 15).



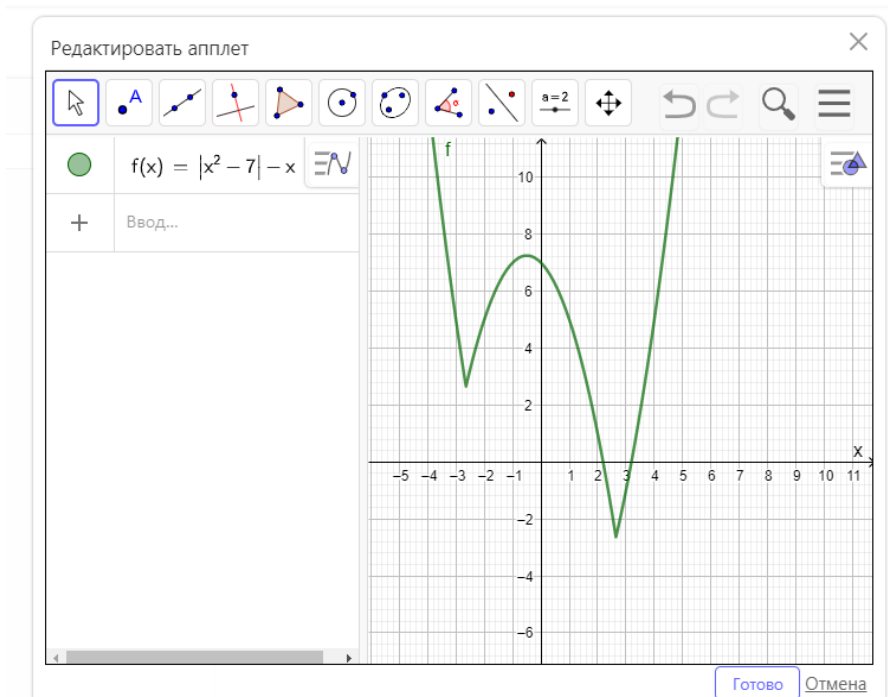


Рис. 14 Ввод  
аналитической  
записи  
функции,  
содержащий  
знак модуля

Рис. 15 График функции  $f(x)=\text{abs}(x^2-7)-x$  выполненный в среде GeoGebra

Если ранее выполняли построение какой либо функции  $f(x)$ , а на данный момент вам нужно выполнить построение этой функции но содержащий знак модуля, то в строку ввода можно ввести  $\text{abs } f(x)$ , а можно расписать или указать другую функцию.

### Построение функции содержащий корень n-ой степени

Рассмотрим, как вводятся корни n-ой степени:

**квадратный корень**, набираем «sqrt b», вставляем аргумент

**кубический корень** **cbrt** вставляем аргумент, например  $(x+2)$ , обязательно кликаем «enter».

### Построение показательной функции

Рассмотрим, как водится показательная функция вида  $e^x$  (рис. 16)

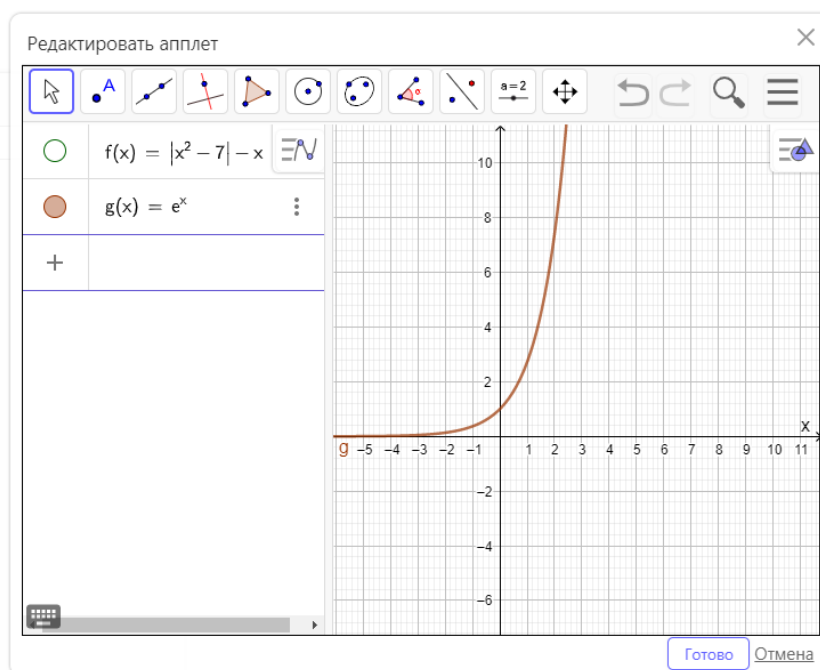


Рис. 16 Построение показательная функция вида  $e^x$  в среде GeoGebra

### Построение логарифмической функции

Рассмотрим, как водится логарифмические функции, для этого набираем  $\log$  и появляется подсказка:

$\log \langle x \rangle$  - натуральный логарифм

$\log_{10} \langle x \rangle$  - десятичный логарифм

$\log \langle b \rangle \langle x \rangle$ ,  $b$ -основание,  $x$ - аргумент, например  $\log \langle 0.5 \rangle \langle x-1 \rangle$

### Построение графиков уравнений с двумя переменными

Рассмотрим, как строятся графики уравнений с двумя переменными.

Например, рассмотрим уравнение эллипса с заданным уравнением:

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \text{ (рис. 17)}$$

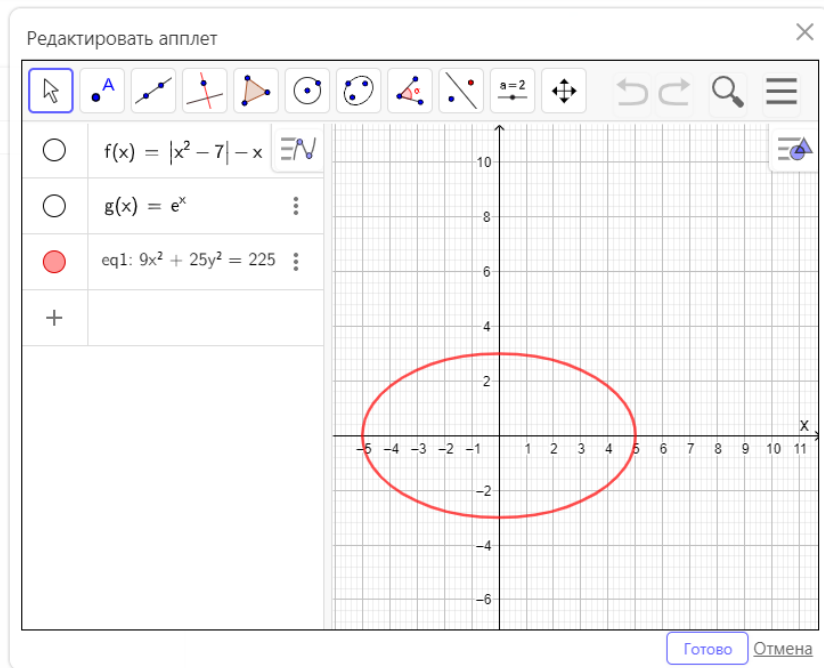


Рис. 17 графики уравнения с двумя переменными – эллипс.

Аналогично выполняются построения уравнения окружности, гиперболы и любое другого уравнения с двумя переменными.

### Построение кусочно-заданной функции

Рассмотрим, как строить график функции на интервале, например  $f(x) = 3x - x^3$ ,  $-2.5 \leq x \leq 2$ .

1. Вводим слово **Функция**, выпадает подсказка Функция<aeугwbz><начальное значение><конечное значение> (рис. 18.1). Вводим в подсказку данные для рассматриваемой функции, нажимаем «enter» и на полотне появляется график функции (рис. 18.2)..

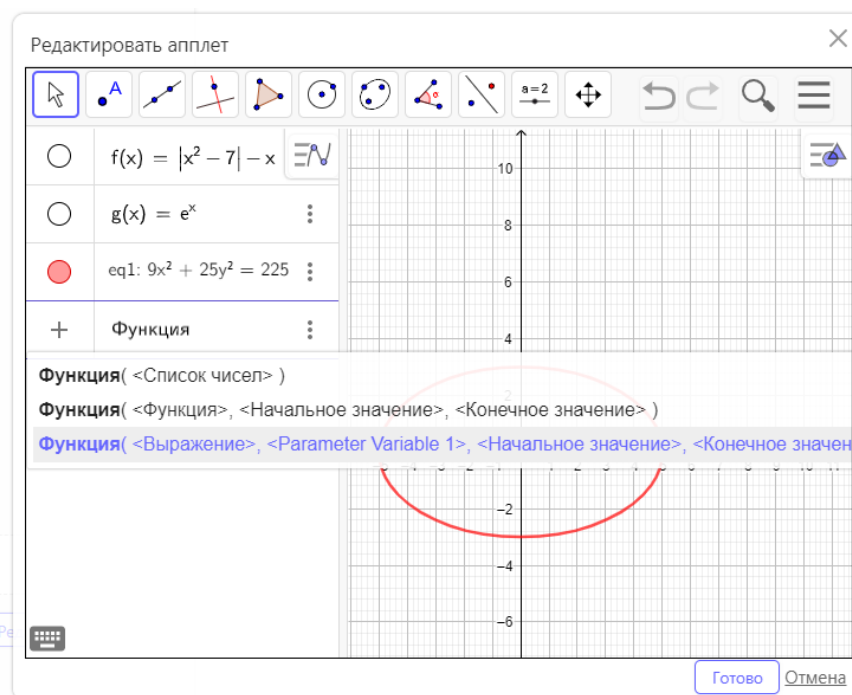


Рис. 18.1 Подсказки для ввода «Функции» на интервале

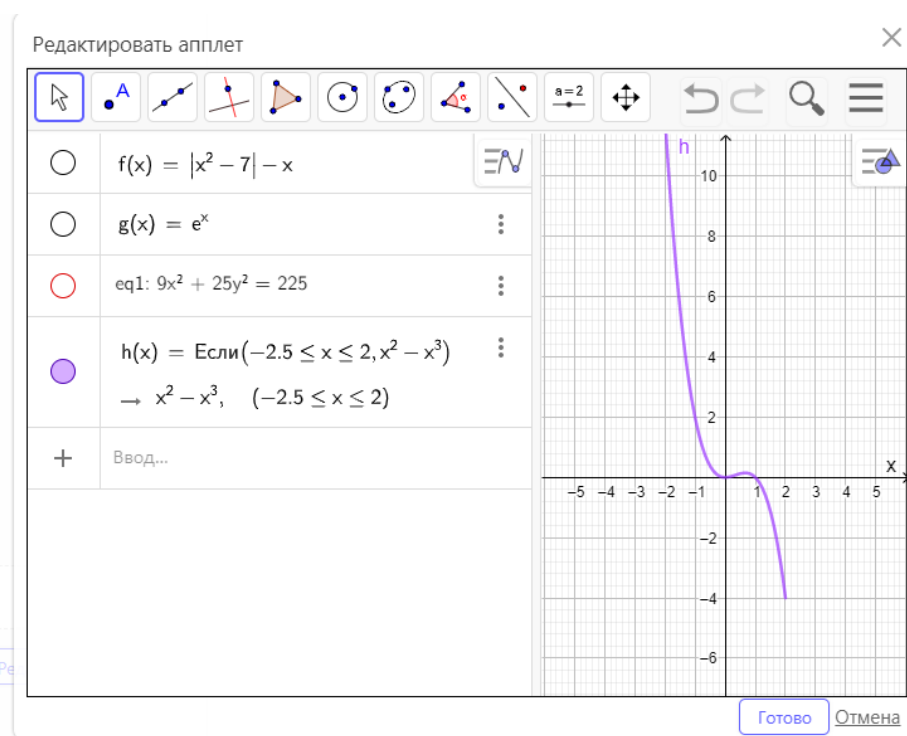


Рис. 18.2 График функции  $f(x) = 3x - x^3$ ,  $-2.5 \leq x \leq 2$  выполненный в среде GeoGebra

Рассмотрим второй способ построения график функции на интервале через ввод «if [<условие>, <то>]», например  $\text{if}[-2.5 \leq x \leq 2, 3x - x^3]$ .



Рассмотрим пример кусочно-заданной функции (на двух промежутках), например:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x \leq 1 \\ -x+2, & 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Для построения можно выбрать одну из команд:

1. используем команду if[  $-2 \leq x \leq 1, x^2, 1 \leq x \leq 5, -x+2$ ]
2. используем  $f(x) = \text{Если} (\langle \text{условие} \rangle, \langle \text{то} \rangle)$
3. используем  $f(x) = \text{Если} (\langle \text{условие} \rangle, \langle \text{то} \rangle, \langle \text{Иначе} \rangle)$ .

Рассмотрим пример кусочно-заданной функции (на трех промежутках), например:

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 1 \\ -x+5, & 2 \leq x \leq 4 \\ x-3, & x > 4 \end{cases}$$

Для построения используем команду  $f(x) = \text{Если} (\langle \text{условие} \rangle, \langle \text{то} \rangle, \langle \text{условие} \rangle, \langle \text{то} \rangle, \langle \text{условие} \rangle, \langle \text{то} \rangle, \dots)$ , указав все три условия.

Нужно заметить, чтобы на графике появилась выколота точка, так как  $x=1$  не включена, нужно выполнить следующие построения:

в строке ввода пишем  $A=(-1;-1)$ , затем «enter» точка A построена, и выбираем нужный стиль точки.

## Построение графиков параметрических функций

Рассмотрим построение графиков параметрических функций

1. Построить график функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x \leq 1 \\ -x+2, & 1 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad y(x) = a, \text{ имеют 1 общую точку}$$

- ✓ Для этого мы создадим, «ползунок» и зададим его настройки, как показано на рис. 19.1 и 19.2.

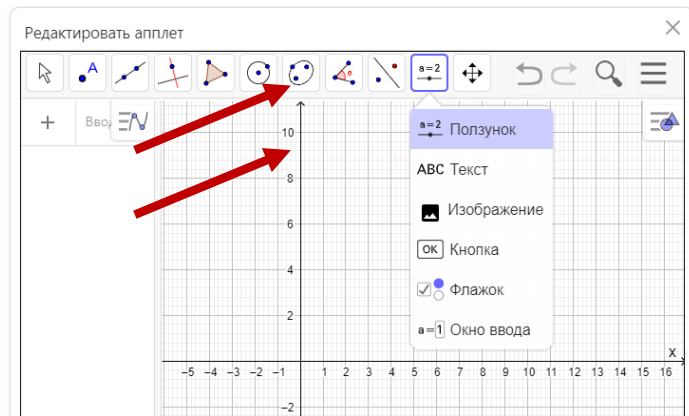


Рис. 19.1 Инструмент «Ползунок»

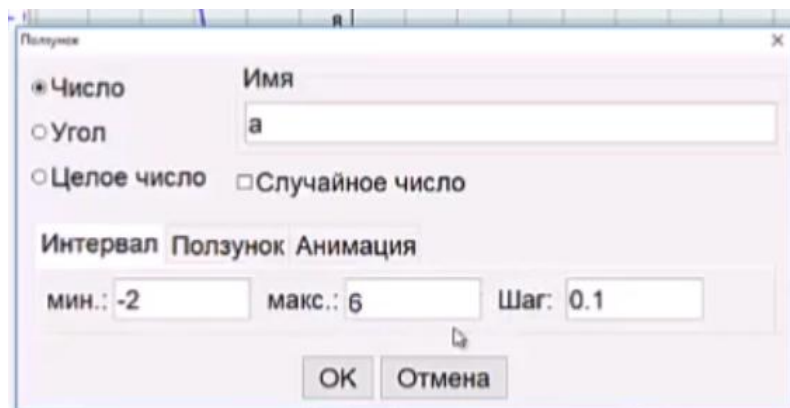


Рис. 19.1 Настройки инструмента «Ползунок»

Построим прямую  $y(x)=a$ , обозначим ее в строке ввода, как  $g(x)=a$ , меняем цвет, стиль (работаем с настройками). Если все верно сделано, то при передвижения ползунка, прямая двигается.

Так же для нас актуально помимо движения прямой, создать уравнение прямой  $y(x)=a$ , и так чтобы значение параметра «а» менялась при движение прямой. Для этого выберем инструмент «Текс», как показано на рисунках 20.1 и 20.2

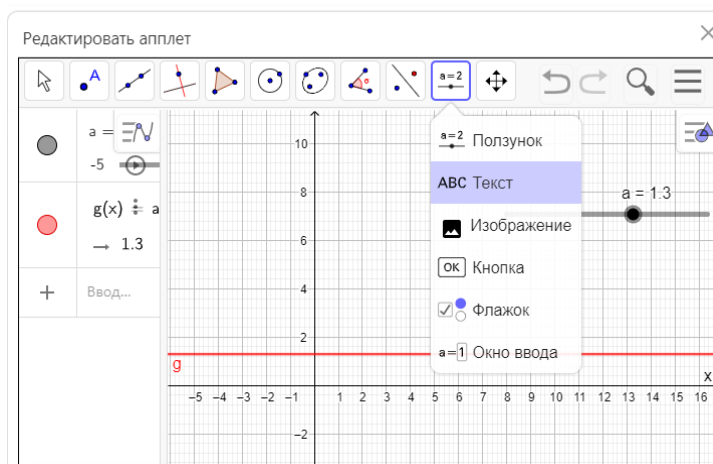


Рис. 20.1 Инструмент «Текст»

Создадим текст используя LaTeX, «у» придадим значение «а»

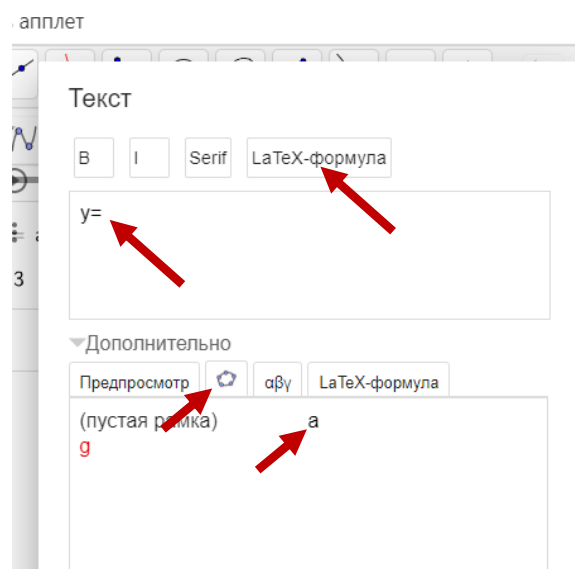


Рис. 20.2 Задание «у» значения параметра «а»

После выполнения действий описанных выше, получается динамическая надпись при изменении – «а».

Сделаем так, чтобы надпись передвигалась совместно с прямой. Надпись прикрепим к точке, для этого выберем «точку на объекте», появляется «А», возвращаемся к записи и в ее настройках выбираем «Координаты», там указаны текущие координаты, а мы выберем координаты точки А. В итоге, надпись прикрепится к точке и вместе с передвижением прямой будет, перемещается надпись.