Вебинар-консультация № 1
Метод «Хорошего и плохого корня»
Критерии оценивания заданий с параметрами

спикер : *Е.О. Новикова*,
ст. преподаватель кафедры общего образования ЦНППМПР

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

имеет ровно один корень.

Метод «Хорошего и плохого корня»

хороший корень – удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
плохой корень – не удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи

План решения:

I. Найти корни
II. Рассмотреть случаи:

1 случай: x_1 **– хороший**, x_2 **– плохой**;

2 случай: x_1 **– плохой**, x_2 **– хороший**;

Совпадение

3 случай: x_1 и x_2 **- хорошие** и **совпадают**

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

$$\sqrt{1-4x}\left(ln\frac{9x^2-a^2}{3x+a}\right)=0$$

$$\sqrt{1-4x}\left(ln\frac{(3x-a)(3x+a)}{3x+a}\right)=0$$

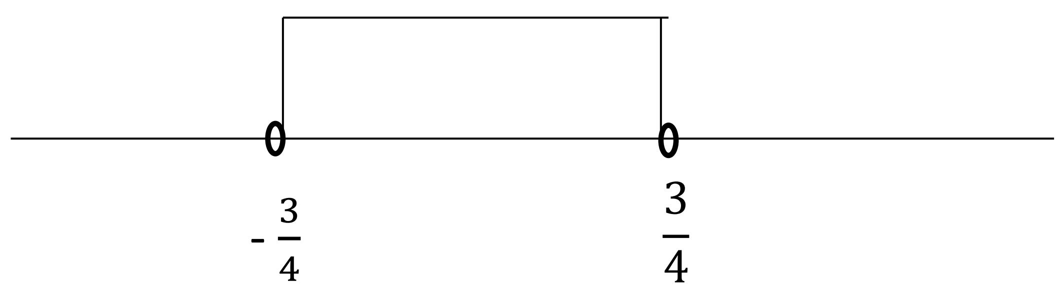
$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}1-4x=0\\3x-a>0\\3x+a>0\end{cases}\\ \\ \begin{cases}\ln(3x-a)=0\\1-4x\geq 0\\3x+a>0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

$$\begin{cases} 1-4x=0 \\ 3x-a>0 \\ 3x+a>0 \end{cases}$$

$X=\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}-a>0$; $\frac{3}{4}+a>0$

a< $\frac{3}{4}$ a>- $\frac{3}{4}$



x_1 **– хороший,** при $-\mathbf{\frac{3}{4}}<a<\frac{3}{4}$

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

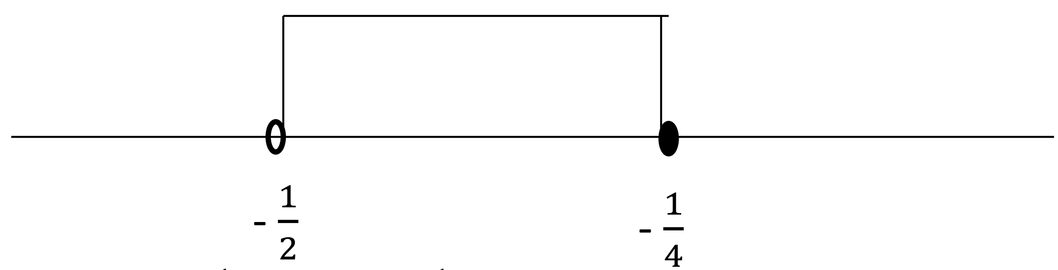
$$\begin{cases}\ln(3x-a)=0\\ 1-4x\geq 0\\ 3x+a>0\end{cases}$$

3x-a=1; $\quad 1-\frac{4(a+1)}{3}\geq 0$; $\quad \frac{3(a+1)}{3}+a>0$

x= $\frac{1+a}{3}$ $\quad$ 3-4a-4≥ 0 $\quad$ 2a+1>0

-4a≥ 1 $\quad$ a> - $\frac{1}{2}$

a≤- $\frac{1}{4}$



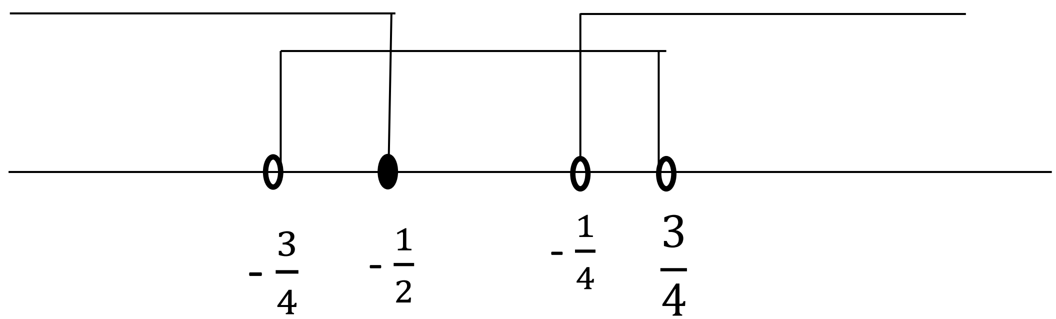
x_2 **– хороший, при** - $\frac{1}{2}<a\leq-\frac{1}{4}$

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

x_1 **– хороший,** при $-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}<\text{a}<\frac{3}{4}$

x_2 **– хороший,** при $-\frac{1}{2}<a\le-\frac{1}{4}$

1 случай: x_1 **– хороший,** x_2 **– плохой**



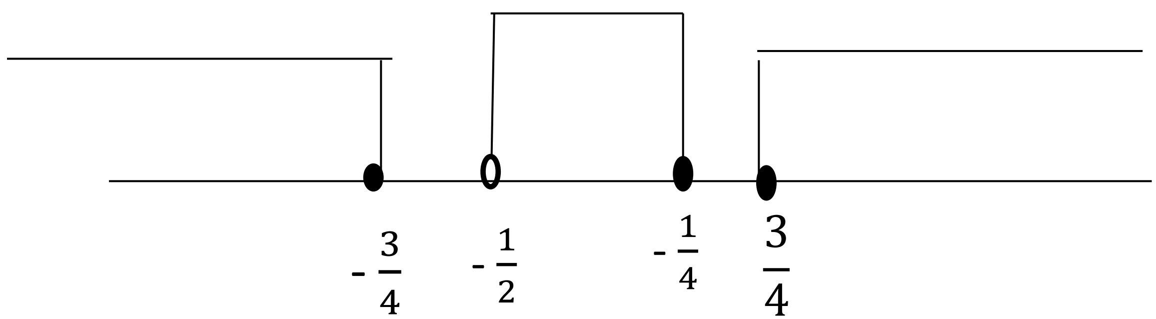
$$a\in\left(-\frac{3}{4};\ -\frac{1}{2}\right]\cup\left(-\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$$

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

$\boldsymbol{x_1}$ **– хороший,** при $-\frac{3}{4}<a<\frac{3}{4}$

$\boldsymbol{x_2}$ **– хороший,** при $-\frac{1}{2}<a\le-\frac{1}{4}$

2 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– плохой,** $\boldsymbol{x_2}$ **– хороший**



a ϵ Ø

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

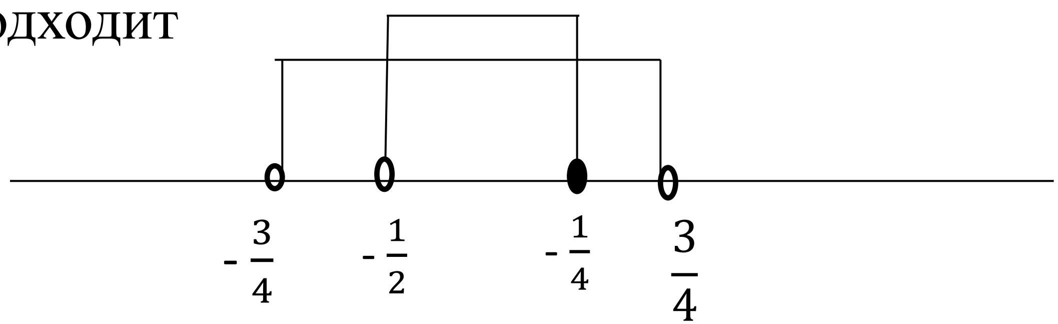
$\boldsymbol{x_1}$ – **хороший**, при $-\frac{3}{4}<a<\frac{3}{4}$

$\boldsymbol{x_2}$ – **хороший,** при $-\frac{1}{2}<a\le-\frac{1}{4}$

3 случай: $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ – **хорошие** и **совпадают**

$\frac{a+1}{3}=\frac{1}{4}$

$a=-\frac{1}{4}$ подходит



$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

имеет ровно один корень.

1 случай: $a\in\left(-\frac{3}{4};\ -\frac{1}{2}\right]\cup\left(-\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$

2 случай: **Ø**

3 случай: a= - $\frac{1}{4}$

Ответ: $a\in\left(-\frac{3}{4};\ -\frac{1}{2}\right]\cup\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

имеет ровно один корень.

Содержание критерия	**Балл**
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

План решения

I. Найти хорошие корни
II. Рассмотреть случаи:

1 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– хороший,** $\boldsymbol{x_2}$ **– плохой,** x_3 **– плохой**

2 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– плохой,** $\boldsymbol{x_2}$ **– хороший,** x_3 **– плохой**

3 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– плохой,** $\boldsymbol{x_2}$ **– плохой** , x_3 **– хороший**

Совпадение

4 случай: $\boldsymbol{x_1} = \boldsymbol{x_2}$ **- хорошие** и **совпадают,** x_3 **– плохой**

5 случай: $\boldsymbol{x_1} = x_3$**- хорошие** и **совпадают,** $\boldsymbol{x_2}$**– плохой**

6 случай: $\boldsymbol{x_2} = x_3$**- хорошие** и **совпадают,** $\boldsymbol{x_1}$ **– хороший**

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 5x-3=0 \\ x^2-6x+10-a^2\geq 0 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} x^2-6x+10-a^2-1=0 \\ 5x-3\geq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

$$\begin{cases}5x-3=0\\x^2-6x+10-a^2\geq 0\end{cases}$$

5x-3=0

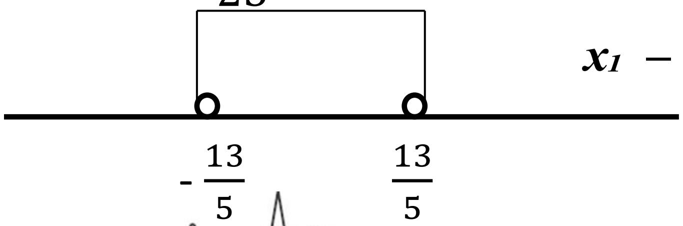
$$x_1=\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5}\in[0;3]$$

$$\frac{9}{25}-\frac{18}{5}+10-a^2>0$$

$$\frac{9-90+250}{25}-a^2>0$$

$$\frac{169}{25}-a^2>0$$



***x_1* – хороший**, при $-\mathbf{\frac{13}{5}}<a<\frac{13}{5}$

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

$$\begin{cases} x^2-6x+10-a^2-1=0 \\ 5x-3\ge 0 \end{cases}$$

1. $x^2-6x+10-a^2-1=0$

$D=36-4(9-a^2)=$
$36-36+4a^2=4a^2$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm 2a}{2}$$

$$x_2=\frac{6+2a}{2}=3+a$$

$$x_3=\frac{6-2a}{2}=3-a$$

2. $x\ge\frac{3}{5}$

3. $x\in[0;3]$

$$x_2\ge\frac{3}{5}$$

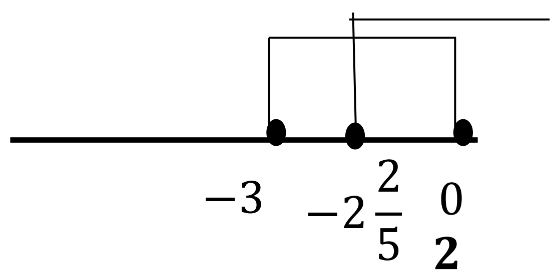
$$3+a\ge\frac{3}{5}$$

$$3+a\ge\frac{3}{5}$$

$$a\ge-2\frac{2}{5}$$

$$0\le 3+a\le 3$$

$$-3\le a\le 0$$



$\boldsymbol{x_2}$**– хороший**, при $-\mathbf{2}\,\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\le a\le 0$

$$x_3\ge\frac{3}{5}$$

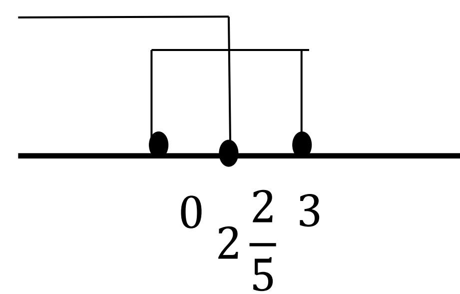
$$3-a\ge\frac{3}{5}$$

$$a\le 2\frac{2}{5}$$

$$0\le 3-a\le 3$$

$$-3\le -a\le 0$$

$$0\le a\le 3$$



$\boldsymbol{x_3}$**– хороший**, при $\mathbf{0}\le a\le \mathbf{2}\,\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

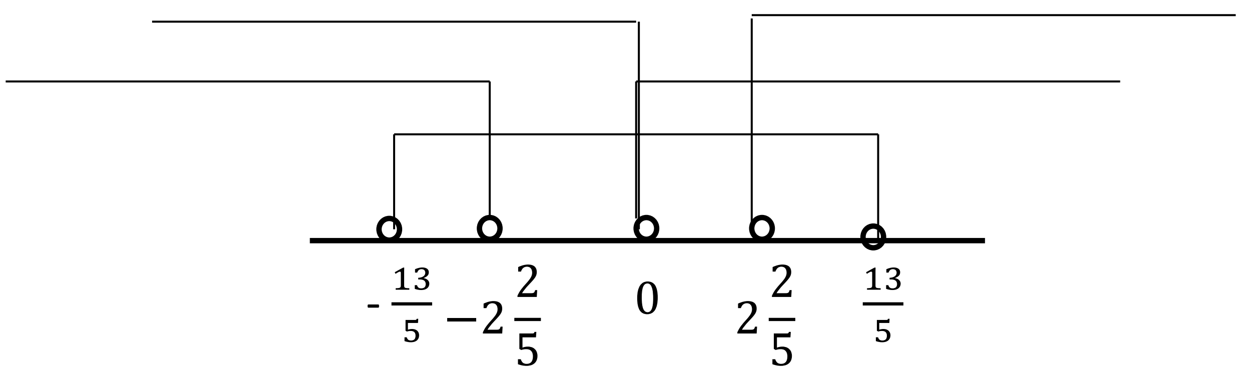
имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

$\boldsymbol{x_1}$ **– хороший**, при $-\mathbf{\frac{13}{5}} < a < \frac{13}{5}$;

$\boldsymbol{x_2}$**– хороший**, при $-\mathbf{2\frac{2}{5}} \le a \le 0$

$\boldsymbol{x_3}$**– хороший**, при $\mathbf{0} \le a \le \mathbf{2\frac{2}{5}}$

1 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– хороший**, $\boldsymbol{x_2}$ **– плохой**, x_3 **– плохой**



$$\boldsymbol{a}\in\left(-\mathbf{\frac{13}{5}};-\mathbf{2\frac{2}{5}}\right)\cup\left(\mathbf{2\frac{2}{5}};\mathbf{\frac{13}{5}}\right)$$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

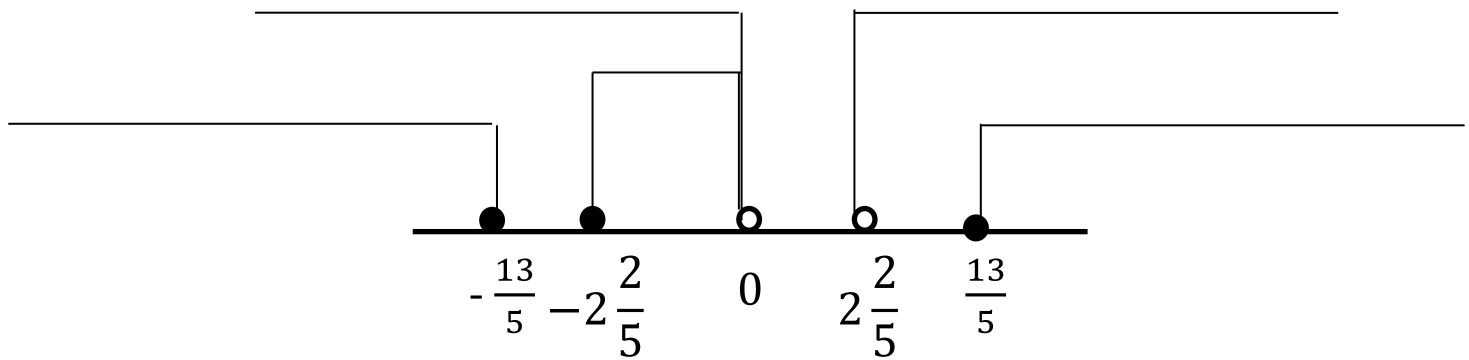
$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

x_1 **– хороший,** при $-\frac{13}{5} < a < \frac{13}{5}$; x_2**– хороший,** при $-2\frac{2}{5} \le a \le 0$

x_3**– хороший,** при $0 \le a \le 2\frac{2}{5}$

2 случай: x_1 **– плохой,** x_2 **– хороший,** x_3 **– плохой**



a ϵ Ø

Найдите все значения параметра *a* , при каждом из которых уравнение

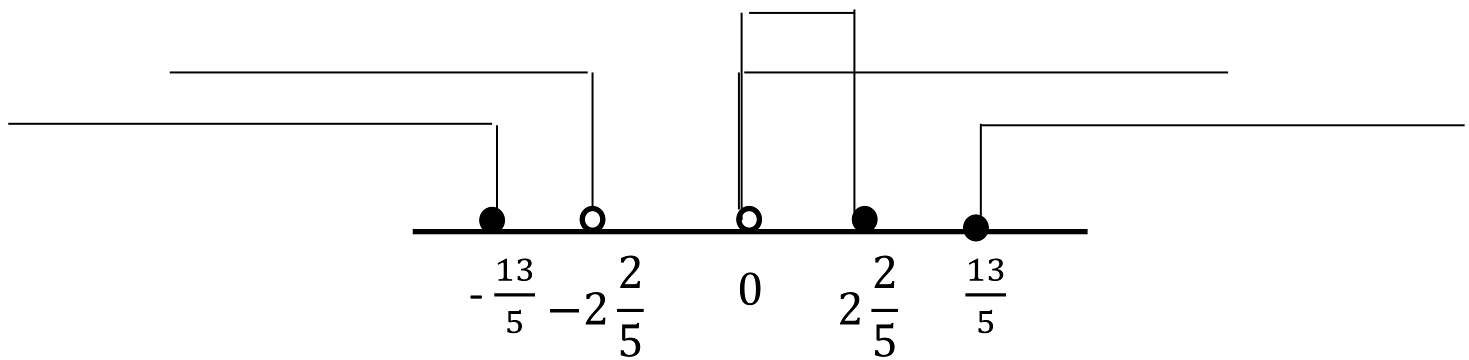
$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

x_1 – **хороший**, при $-\frac{13}{5} < a < \frac{13}{5}$; x_2 – **хороший**, при $-2\frac{2}{5} \le a \le 0$

x_3 – **хороший**, при $0 \le a \le 2\frac{2}{5}$

3 случай: x_1 – **плохой**, x_2 – **плохой** , x_3 – **хороший**



$$a \in \varnothing$$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

x_1 – **хороший**, при $-\frac{13}{5}<a<\frac{13}{5}$;

x_2 – **хороший**, при $-2\frac{2}{5}\le a\le 0$

x_3 – **хороший**, при $0\le a\le 2\frac{2}{5}$

4 случай: $x_1=x_2$ - **хорошие** и **совпадают**, x_3 – **плохой**

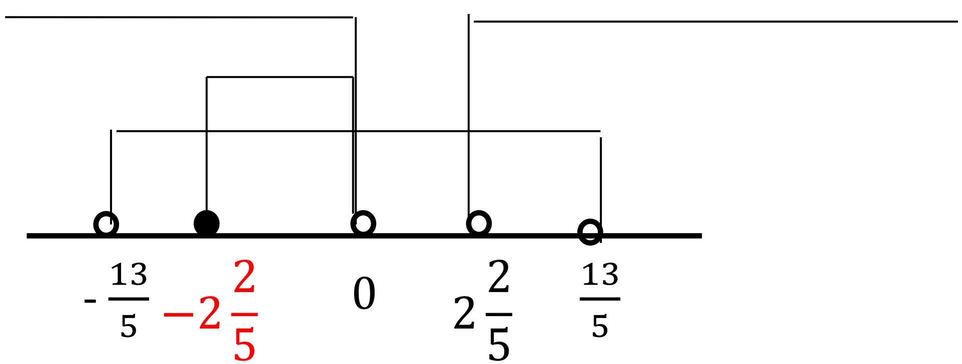
$$x_1=\frac{3}{5};x_2=3+a$$

$$\frac{3}{5}=3+a$$

$$3=15+5a$$

$$a=\frac{3-15}{5}$$

$$a=-\frac{12}{5}=-2\frac{2}{5}$$



Подходит

$$\boldsymbol{a=-2\frac{2}{5}}$$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

$\boldsymbol{x_1}$ **– хороший**, при $-\mathbf{\frac{13}{5}} < a < \frac{13}{5}$;

$\boldsymbol{x_2}$**– хороший**, при $-\mathbf{2\frac{2}{5}} \le a \le 0$

$\boldsymbol{x_3}$**– хороший**, при $\mathbf{0} \le a \le \mathbf{2\frac{2}{5}}$

5 случай: $\boldsymbol{x_1} = x_3$- **хорошие** и **совпадают,** $\boldsymbol{x_2}$**– плохой**

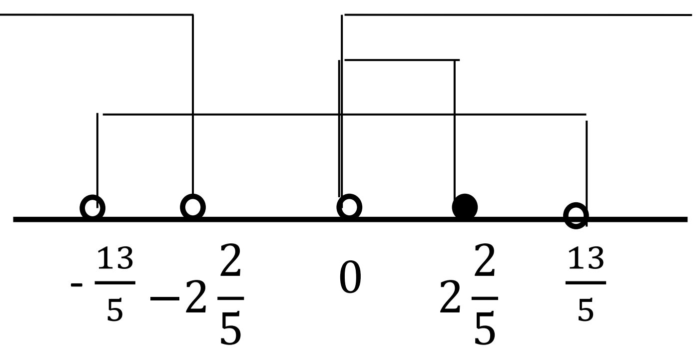
$$x_1=\frac{3}{5};\, x_2=3-a$$

$$\frac{3}{5}=3-a$$

$$3=15-5a$$

$$a=\frac{3-15}{-5}$$

$$a=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$$



Подходит

$$\boldsymbol{a=2\frac{2}{5}}$$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

x_1 – **хороший**, при $-\frac{13}{5}<a<\frac{13}{5}$; x_2– **хороший**, при $-2\frac{2}{5}\le a\le 0$

x_3– **хороший**, при $0\le a\le 2\frac{2}{5}$

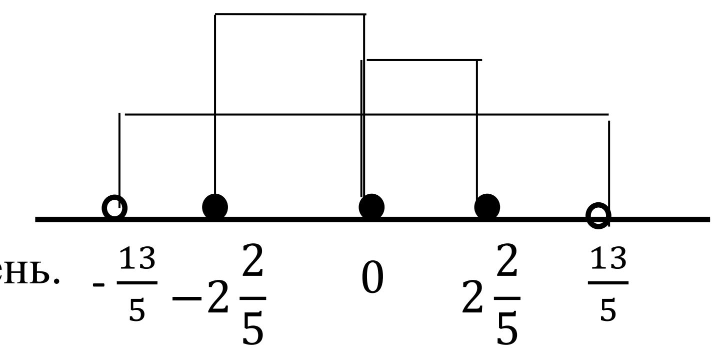
6 случай: $x_2=x_3$- **хорошие** и **совпадают,** x_1 **– хороший, тогда 2 корня**

$x_3=3-a;\ x_2=3+a$

$3+a=3-a$

2a=0

a=0, два корня



По условие задачи 1 корень.
Делаем вывод, что
по условию задачи *не подходит*
$a=0$

magister posterum
УЧИТЕЛЬ БУДУЩЕГО

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

1 случай: $a\in\left(-\frac{13}{5};-2\frac{2}{5}\right)\cup\left(2\frac{2}{5};\frac{13}{5}\right)$

2 случай: $a\in\varnothing$

3 случай: $a\in\varnothing$

4 случай: $a=-2\frac{2}{5}$

5 случай: $a=2\frac{2}{5}$

6 случай: $a\in\varnothing$

Ответ: $a\in\left(-\frac{13}{5};-2\frac{2}{5}\right]\cup\left[2\frac{2}{5};\frac{13}{5}\right)$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$.

Ответ: $a\in\left(-\frac{13}{5};-2\frac{2}{5}\right]\cup\left[2\frac{2}{5};\frac{13}{5}\right)$

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся включением/исключением точек $a=-\frac{12}{5}$ и/или $a=\frac{12}{5}$	3
В решении верно найдены все граничные точки $a=-\frac{13}{5}$, $a=-\frac{12}{5}$, $a=\frac{12}{5}$, $a=\frac{13}{5}$, но неверно определены промежутки ИЛИ Верно найден хоть один из промежутков $\left(-\frac{13}{5};-\frac{12}{5}\right]$ или $\left[\frac{12}{5};\frac{13}{5}\right)$, возможно, с исключением граничных точек	2
В решении верно найден один из корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0; 1]

Метод «Хорошего и плохого корня»

хороший корень – удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи
плохой корень – не удовлетворяет ОДЗ и условиям задачи

План решения:

I. Найти корни
II. Рассмотреть случаи:

1 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– хороший**, $\boldsymbol{x_2}$ **– плохой**;

2 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– плохой**, $\boldsymbol{x_2}$ **– хороший**;

Совпадение

3 случай: $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ **- хорошие** и **совпадают**

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0; 1]

$$\sqrt{5x-3}(\ln(3x-a)-\ln(4x+a))=0$$

$$\begin{cases}5x-3=0\\3x-a>0\\4x+a>0\\x\in[0;1]\end{cases}$$

или

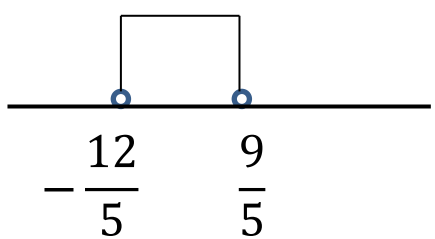
$$\begin{cases}3x-a=4x+a\\3x-a>0\\5x-3\geq 0\\x\in[0;1]\end{cases}$$

$$x_1=\frac{3}{5};\quad \frac{3}{5}\in[0;1]$$

$$3\cdot\frac{3}{5}-\mathrm{a}>0$$

$$4\cdot\frac{3}{5}+a>0$$

$$\begin{cases}a<\dfrac{9}{5}\\a>-\dfrac{12}{5}\end{cases}$$



x_1 – хороший, $-\frac{12}{5}<a<\frac{9}{5}$

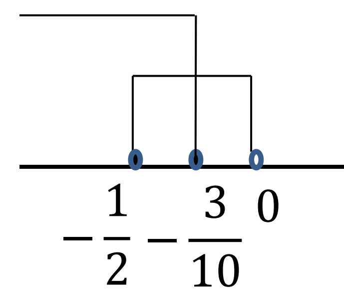
1) $-x=2a;\ \ x_2=-2a$

2) $-6a-a>0; -7a>0;\ \ a<0$

3) $x\geq\frac{3}{5};\ -2a\geq\frac{3}{5};\ \ \mathrm{a}\leq-\frac{3}{10}$

4) $0\leq-2a\leq 1;\ \ -\frac{1}{2}\leq a\leq 0$

$$\begin{cases}a<0\\\mathrm{a}\leq-\dfrac{3}{10}\\-\dfrac{1}{2}\leq a\leq 0\end{cases}$$



x_2 – хороший, $-\frac{1}{2}\leq a\leq-\frac{3}{10}$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

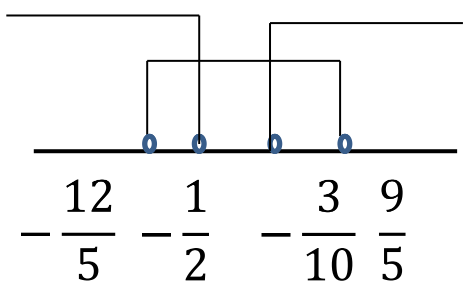
$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0; 1]

x_1 – хороший, $-\frac{12}{5}<a<\frac{9}{5}$

x_2 – хороший, $-\frac{1}{2}\le a\le -\frac{3}{10}$

1 случай: $\boldsymbol{x_1}$ **– хороший,** $\boldsymbol{x_2}$ **– плохой;**



$$a\in\left(-\frac{12}{5};-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{3}{10};\frac{9}{5}\right)$$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

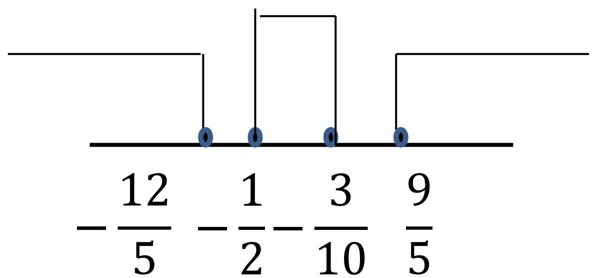
$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0; 1]

x_1 – хороший, $-\frac{12}{5}<a<\frac{9}{5}$

x_2 – хороший, $-\frac{1}{2}\le a\le-\frac{3}{10}$

2 случай: ***x_1* – плохой, *x_2* – хороший**;



a ϵ Ø

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0; 1]

x_1 – хороший, $-\frac{12}{5}<a<\frac{9}{5}$

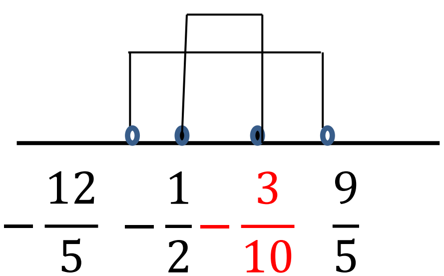
x_2 – хороший, $-\frac{1}{2}\le a\le -\frac{3}{10}$

Совпадение

3 случай: $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ - **хорошие** и **совпадают**

$$\frac{3}{5}=-2a$$

$a=-\frac{3}{10}$ – подходит



Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

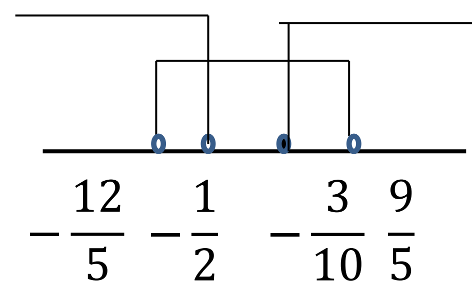
$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;1]$

1 случай: $a\in\left(-\frac{12}{5};-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{3}{10};\frac{9}{5}\right)$

2 случай: $a\in\varnothing$

3 случай: $a=-\frac{3}{10}$



$$a\in\left(-\frac{12}{5};-\frac{1}{2}\right)\cup\left[-\frac{3}{10};\frac{9}{5}\right)$$

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(3x-a)=\sqrt{5x-3}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0; 1]

Содержание критерия	**Балл**
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек.	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Запись вебинара

https://my.mts-link.ru/46295935/1044473978/record-new/1668940709